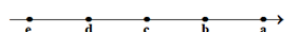




① اگر $-1 < a < 0$ باشد و بدانیم $x = \frac{a}{\sqrt{-a}}$ و $y = a\sqrt{-a}$ ، آنگاه کدام رابطه صحیح است؟

- (۱) $x < a < y$ (۲) $a < x < y$ (۳) $a < y < x$ (۴) $y < a < x$

② اگر اعداد $\sqrt[3]{0/01}$ ، $(0/1)^5$ ، $\sqrt{0/0001}$ ، $(0/1)^3$ و $\sqrt[5]{-0/0001}$ را روی محور اعداد حقیقی، با حروف a ، b ، ... و e نمایش دهیم، c ، نشان دهنده کدام عدد است؟



(۱) $\sqrt[3]{0/01}$

(۲) $(0/1)^3$

(۳) $\sqrt{0/0001}$

(۴) $\sqrt[5]{-0/0001}$

③ ریشه دوم مثبت عدد $1295 + 1293 \times 1295$ کدام است؟

- (۱) ۱۲۹۷ (۲) ۱۲۹۴ (۳) ۱۲۹۶ (۴) ۱۲۹۱

④ کدام گزینه برابر با کسر $A = \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{54} + \sqrt{450}}}$ است؟

(۲) $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

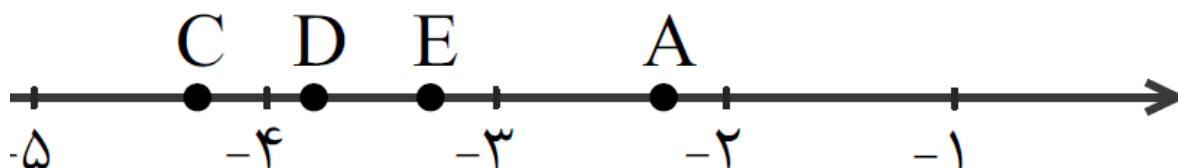
(۱) $\frac{\sqrt[3]{4}}{4}$

(۳) $\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$

⑤ اگر $a = \sqrt[5]{-243}$ و $b = \sqrt{0/0016}$ باشند، حاصل $-a^2 \times b^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{25}$ (۲) ۱۸ (۳) -۴۵ (۴) ۹۰

⑥ باتوجه به محور زیر، کدام گزینه نمی‌تواند صحیح باشد؟



(۲) $C = -3\sqrt{2}$

(۴) $D = -\sqrt{15}$

(۱) $A = -\sqrt[3]{9}$

(۳) $E = -\sqrt[3]{17}$

⑦ کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = (\sqrt[5]{8} \times \sqrt[5]{4})^2$

(۲) ریشه ششم مثبت عدد 125^2 از ریشه چهارم منفی عدد 16^3 ، نه واحد بیشتر است.

(۳) $(\sqrt[5]{27})^2 < \sqrt[5]{9^4}$

(۴) ریشه هفتم ۲۵ کوچکتر از ریشه پنجم ۲۵ است.

۸) اگر $\alpha = \sqrt[3]{4\pi - 10}$ و $\beta = \sqrt[3]{5 - \pi}$ باشد، حاصل $(\alpha^2 + 2\beta^2 - 2\alpha\beta)(\alpha^2 + 2\beta^2 + 2\alpha\beta)$ کدام است؟

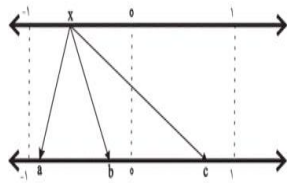
۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۹) اگر $x \in (-1, 0)$ ، باتوجه به محورهای اعداد زیر، مقادیر a, b, c به ترتیب از راست به چپ کدام می‌توانند باشند؟



۱) $\sqrt[3]{x}, -\sqrt{-x}, x^3$

۲) $\sqrt[3]{x}, x^3, -\sqrt{-x}$

۳) $-\sqrt[3]{-x}, -x^3, \sqrt[3]{x}$

۴) $\sqrt[3]{-x}, -x^3, \sqrt[3]{x}$

۱۰) اگر A و B دو عدد صحیح متوالی و $A < \sqrt[3]{173} < B$ باشد، کدام یک از اعداد زیر در بازه $(\frac{B}{4}, 4 - A)$ قرار دارد؟

۴) $\sqrt[3]{0/5}$

۳) $\sqrt{5} - 2$

۲) $\sqrt{5}$

۱) $\sqrt[3]{5}$

۱۱) اگر a و b دو عدد صحیح متوالی باشند که در نامساوی $a < -\sqrt{56} < b$ صدق کنند، آنگاه $3a + 2b$ کدام است؟

۴) -38

۳) -34

۲) 24

۱) 38

۱۲) چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) عدد $\sqrt[3]{-17}$ بین دو عدد -3 و -2 قرار دارد.

ب) برای هر n طبیعی بزرگتر از یک، a ریشه n ام b است اگر $a^n = b$ باشد.

ج) هر عدد حقیقی دارای دو ریشه چهارم است.

د) اگر $0 < a < 1$ باشد، $\sqrt[3]{a} > \sqrt{a}$ همواره برقرار است.

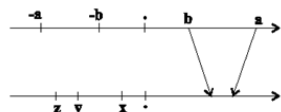
۴) ۳

۳) صفر

۲) ۲

۱) ۱

۱۳) در شکل زیر، هریک از نقاط مشخص شده در محور بالا را به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایینی، که متناظر با ریشه سوم آن عدد است، وصل کرده‌ایم. نقاط x و y و z به ترتیب نشانگر کدام اعداد می‌توانند باشند؟



۱) $z = -a^3, y = \sqrt[3]{-b}, x = -b^3$

۲) $z = \sqrt[3]{-a}, y = -b^3, x = -\sqrt[3]{b}$

۳) $z = \sqrt[3]{-a}, y = \sqrt[3]{-b}, x = -b^3$

۴) $z = -a^3, y = -b^3, x = -\sqrt[3]{b}$

۱۴) اگر ریشه سوم عدد B برابر $\frac{3}{5}$ باشد، ریشه دوم مثبت عدد B کدام است؟

۴) $\frac{3\sqrt{15}}{125}$

۳) $\frac{3\sqrt{15}}{5\sqrt{5}}$

۲) $\frac{3\sqrt{15}}{25}$

۱) $\frac{3\sqrt{15}}{5}$

۱۵) اگر عدد مثبت x ریشه چهارم عدد ۸ باشد، نسبت ریشه دوم x به ریشه سوم آن کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[6]{2}$ (۳) $\sqrt[4]{2}$ (۴) $\sqrt[12]{2}$

۱۶) اگر ریشه سوم عدد ۶۴ برابر a و ریشه هشتم منفی عدد $\frac{1}{16}$ برابر b باشد، آنگاه حاصل $\sqrt[4]{a} \times b^3$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) -1

۱۷) چند مورد از عبارت‌های زیر، همواره برقرار هستند؟

(الف) $\sqrt{\frac{x}{x^3}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}}$ (ب) $\sqrt{x(x-1)} = \sqrt{x}\sqrt{x-1}$

(پ) $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[3]{x}$ (ت) $\sqrt{x^2+4} = x+2$

(ث) $\sqrt[n]{x+y} = \sqrt[n]{x} + \sqrt[n]{y}$ (۵) $(\sqrt[n]{a^2})^n = |a|$

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۸) چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) هر عدد صحیح غیر صفر، دو ریشه دوم متمایز دارد.

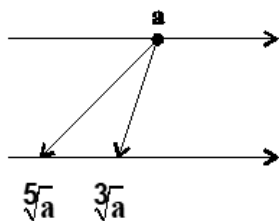
(ب) اعداد منفی ریشه پنجم ندارند.

(پ) هر عدد نامنفی، دو ریشه چهارم متمایز دارد.

(ت) توان دوم هر عدد مثبت از خود آن عدد بزرگ‌تر است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ‌کدام

۱۹) اگر ریشه‌های پنجم و سوم عدد a به صورت زیر روی محور نمایش داده شود، کدام گزینه قطعاً نادرست است؟



(۱) $a^6 > a^2$

(۲) $a^2 > a^6$

(۳) $a^3 > a^6$

(۴) هیچ‌کدام

۲۰) اگر $0 < a < 1$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۲) $a^{\frac{1}{5}} < a^{\frac{1}{3}} < a$

(۴) $a < a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{1}{5}}$

(۱) $a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{1}{5}} < a$

(۳) $a < a^{\frac{1}{5}} < a^{\frac{1}{3}}$

۴۱) اگر مجموع مربعات ریشه‌های هشتم عددی را بر ریشه سوم همین عدد تقسیم کنیم، حاصل برابر $\frac{1}{4}$ خواهد شد، این عدد کدام است؟

- (۱) 2^{12} (۲) 2^{144} (۳) 2^4 (۴) 2^{24}

۴۲) چند تا از اعداد $3\sqrt[3]{2}$ ، $3\sqrt[3]{7}$ و $2\sqrt[3]{13}$ از ۴ کوچکتر است؟

- (۱) یکی (۲) دو تا (۳) سه تا (۴) هیچ کدام

۴۳) تفاضل سه برابر ریشه چهارم مثبت ۲۵۶ از پنج برابر ریشه سوم ۲۷ چند برابر ریشه دوم مثبت ۱۶ است؟

- (۱) $0/75$ (۲) $2/75$ (۳) $2/25$ (۴) $0/25$

۴۴) اگر $A = \sqrt[3]{3}$ ، آنگاه $\sqrt[3]{0/00729}$ برحسب A کدام است؟

- (۱) $0/2A$ (۲) $0/6A$ (۳) $0/3A$ (۴) $0/4A$

۴۵) دو کره تو خالی هم مرکز، در داخل هم قرار گرفته‌اند که حجم کره بیرونی $\frac{324\pi}{3}$ و حجم کره درونی 36π می‌باشد. کدام گزینه، به عنوان شعاع کره‌ای که بین این دو کره و هم مرکز با آن‌ها قرار می‌گیرد، قابل قبول نیست؟

- (۱) $\sqrt[3]{23}$ (۲) $\sqrt[3]{55}$ (۳) ۴ (۴) $2\sqrt[3]{10}$

۴۶) ریشه نهم کدام عدد، با ریشه پنجم عدد $4\sqrt[5]{2}$ برابر است؟

- (۱) ۵۱۲ (۲) $8\sqrt[5]{2}$ (۳) $16\sqrt[5]{2}$ (۴) $4\sqrt[5]{128}$

۴۷) حاصل ضرب یکی از ریشه‌های چهارم عدد a در ریشه سوم آن برابر ۴- است. a کدام است؟

- (۱) $8\sqrt[3]{8}$ (۲) $2\sqrt[3]{2}$ (۳) $8\sqrt[3]{2}$ (۴) $2\sqrt[3]{8}$

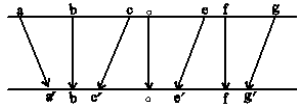
۴۸) اگر عدد A ریشه هفتم $-8\sqrt[7]{32}$ و عدد B ریشه سوم $(\frac{1}{4})^{-2}$ باشد، حاصل $(-A \times B)^{-\frac{5}{2}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) تعریف نشده (۳) $0/5$ (۴) $0/25$

۴۹) اگر a و b دو عدد طبیعی متوالی و d و c دو عدد صحیح متوالی باشند و $a < \sqrt{52} < b$ و $c < \sqrt[3]{-52} < d$ ، آنگاه حاصل $\sqrt[3]{a+b+c+d}$ ، بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۲، ۱ (۲) ۳، ۲ (۳) ۴، ۳ (۴) ۵، ۴

۳) در شکل زیر، هر یک از اعداد روی محور بالا به یکی از نقاط روی محور پایین که متناظر با ریشه پنجم آن عدد است، وصل شده است. چند مورد از فلش‌های رسم شده نادرست هستند؟



۲ (۲)
۴ (۴)

۱ (۱)
۳ (۳)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۱

سوال ۱

گزینه «۱»

ابتدا x و y را با توان کسری نشان دهیم:

$$x = \frac{a}{\sqrt{-a}} = -\frac{-a}{\sqrt{-a}} = -(-a)^{\frac{1}{2}}$$

$$y = a\sqrt{-a} = -(-a)^1(-a)^{\frac{1}{2}} = -(-a)^{\frac{3}{2}}$$

$-a$ عددی بین ۰ و ۱ است و هر چه توان آن بیشتر باشد مقدار آن کمتر می‌شود. پس:

$$(-a)^{\frac{1}{2}} > (-a) > (-a)^{\frac{3}{2}} \xrightarrow{\times(-1)} \underbrace{-\sqrt{-a}}_x < a < \underbrace{a\sqrt{-a}}_y$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۲

گزینه «۲»

برای $0 < x < 1$ هرچه توان بیشتر باشد، عدد کوچک‌تر است.

$$\sqrt[5]{0/0001} = \sqrt[5]{10^{-4}} = 0/01$$

$$\sqrt[5]{-0/0001} < (0/1)^5 < (0/1)^3 < \sqrt[5]{0/0001} < \sqrt[3]{0/01}$$

$$c = (0/1)^3 \text{ بنابراین:}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۳

عبارت را به مربع کامل تبدیل می‌کنیم:

$$1293 \times 1295 + 1 = (1295 - 2)1295 + 1 = (1295)^2 - 2(1295) + 1$$

$$= (1295 - 1)^2 = (1294)^2 \xrightarrow{\text{ریشه دوم مثبت}} 1294$$

سوال ۴

گزینه درست: ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۲۰٪

متوسط

گزینه «۱»

ابتدا اعداد ۵۴ و ۲۵۰ را به عوامل اول تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2} \\ \sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{5^3 \times 2} = 5\sqrt[3]{2} \end{cases}$$

پس:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^3 \times 2} + \sqrt[3]{5^3 \times 2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8 \times 2^3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{2^3 \times 2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^6}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3 \times 2^3}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{2^3}} \end{aligned}$$

صورت و مخرج کسر را در $\sqrt[3]{2^3}$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{2\sqrt[3]{2^3}} \times \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{2\sqrt[3]{2^9}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{2\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{2}$$

سوال ۵

گزینه درست: ۳

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۵۵٪

ساده

گزینه «۳»

$$\sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3 \Rightarrow a = -3$$

$$\sqrt[6]{0/0016} = \sqrt[6]{(0/2)^6} = 0/2 \Rightarrow b = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow -a^2 \times b^{-1} = -(-3)^2 \times 5 = -9 \times 5 = -45$$

سوال ۶

گزینه درست: ۳

قلم‌چی ۱۴۰۰

درصد پاسخگویی ۵۱٪

ساده

گزینه «۳»

باید مشخص کنیم اعداد داده شده در گزینه‌ها در کدام محدوده قرار می‌گیرند:

$$\text{گزینه «۱» : } 2^3 = 8 < 9 < 27 = 3^3 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{9} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{9} < -2 \Rightarrow A = -\sqrt[3]{9}$$

$$\text{گزینه «۲» : } 3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$$

$$F^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2 \Rightarrow 4 < \sqrt{18} < 5$$

$$\Rightarrow -5 < -\sqrt{18} < -4 \Rightarrow C = -\sqrt{18} = -3\sqrt{2}$$

$$\text{گزینه «۳» : } 2^3 = 8 < 17 < 27 = 3^3 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{17} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{17} < -2$$

بنابراین E نمی‌تواند برابر $-\sqrt[3]{17}$ باشد.

$$\text{گزینه «۴» : } 3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2 \Rightarrow 3 < \sqrt{15} < 4$$

$$\Rightarrow -4 < -\sqrt{15} < -3 \Rightarrow D = -\sqrt{15}$$

توجه کنید که چون در نامعادله $9 < 15 < 16$ ، 15 به عدد 16 نزدیک‌تر است، پس در نامعادله $3 < \sqrt{15} < 4$ ، 3 به عدد 4 نزدیک‌تر است و در نتیجه $-\sqrt{15}$ به عدد -4 نزدیک‌تر است پس $D = -\sqrt{15}$ است.

سوال ۷

گزینه درست: ۲

قلم‌چی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۴۷٪

ساده

گزینه «۲»

در گزینه «۲» داریم:

$$125^2 = (5^3)^2 = 5^6 \xrightarrow{\text{ریشه ششم مثبت}} 5$$

$$16^3 = (2^4)^3 = (2^3)^4 = 8^4 \xrightarrow{\text{ریشه چهارم منفی}} -8$$

$$5 - (-8) = 13$$

سوال ۸

گزینه درست: ۱

قلم‌چی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۲۳٪

متوسط

گزینه «۱»

داریم:

$$(\alpha^2 + 2\beta^2 - 2\alpha\beta)(\alpha^2 + 2\beta^2 + 2\alpha\beta)$$

$$= (\alpha^2 + 2\beta^2)^2 - 4(\alpha^2\beta^2) = \alpha^4 + 4\beta^4 + 4(\alpha^2\beta^2) - 4(\alpha^2\beta^2)$$

$$= \alpha^4 + 4\beta^4 = 4\pi - 10 + 4(5 - \pi) = 10$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۴

سوال ۹

گزینه «۴»

چون $x \in (-1, 0)$ است، پس $\sqrt[3]{x}$ تعریف نمی‌شود، پس گزینه «۱» نادرست است. از طرفی $\sqrt[3]{-x} = \sqrt[3]{x}$ پس گزینه ۳ هم نادرست است.

$$\sqrt[3]{x} < -\sqrt{-x} < x < x^3 < -x^4 < 0 < \sqrt[3]{-x}$$

پس گزینه «۴» صحیح است.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۱

سوال ۱۰

گزینه «۱»

اگر $A < \sqrt[3]{173} < B = A + 1$ باشد، داریم:

$$\begin{aligned} 81 < 173 < 256 &\Rightarrow 3^4 < 173 < 4^4 \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{173} < 4 \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = 4 \end{cases} \\ \Rightarrow 4 - A = 1, \frac{B}{4} = 1 \end{aligned}$$

در نتیجه بازه مورد نظر (۱،۲) می‌باشد که در بین گزینه‌ها فقط $\sqrt[3]{5}$ در آن بازه قرار می‌گیرد.

$$1 < 5 < 8 \Rightarrow 1^3 < 5 < 2^3 \Rightarrow 1 < \sqrt[3]{5} < 2$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۴

سوال ۱۱

گزینه «۴»

ابتدا باید مشخص کنیم عدد ۵۶ بین مربع کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارد.

$$\begin{aligned} 7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2 &\Rightarrow 7 < \sqrt{56} < 8 \\ \Rightarrow -8 < -\sqrt{56} < -7 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = -8 \text{ و } b = -7$$

$$\Rightarrow 3a + 2b = 3(-8) + 2(-7) = -38$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۹%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۲

گزینه درست: ۱

سوال ۱۲

عبارت «ج» نادرست است.

برای اعداد حقیقی منفی ریشه چهارم تعریف نمی‌شود.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۳

سوال ۱۳

گزینه «۳»

با توجه به نمودار داده شده، $0 < b < \sqrt[3]{b}$ است، بنابراین $0 < b < 1$. پس:

$$1 < \sqrt[3]{b} < b < b^3 < 0 \text{ و } -1 < \sqrt[3]{-b} < -b < -b^3 < 0$$

از طرفی $0 < \sqrt[3]{a} < a$ ، بنابراین $a > 1$ است. پس $1 < \sqrt[3]{a} < a$ و $a^3 > a > \sqrt[3]{-a} < -1$. بنابراین $z = \sqrt[3]{-a}$ می‌تواند باشد.

با توجه به این که $y < x$ است، پس $y = \sqrt[3]{-b}$ و $x = -b^3$ می‌توانند باشند.

سوال ۱۴

گزینه درست: ۲

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۴۲%

متوسط

گزینه «۲»

$$\sqrt[3]{B} = \frac{3}{5} \Rightarrow B = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$$

از طرفین جذر می‌گیریم.

$$\sqrt{B} = \sqrt{\frac{27}{125}} = \frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{15}}{25}$$

سوال ۱۵

گزینه درست: ۳

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۰%

متوسط

گزینه «۳»

 $x > 0$ ریشه چهارم ۸ است.

$$x = \sqrt[4]{8} = 2^{\frac{3}{4}}$$

نسبت ریشه دوم x به ریشه سوم x برابر است با:

$$\frac{\pm\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{\pm x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}} = \pm x^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \pm x^{\frac{1}{6}} = \pm \left(2^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{6}} = \pm 2^{\frac{1}{8}}$$

فقط $\sqrt[4]{2}$ در گزینه‌ها است.

سوال ۱۶

گزینه درست: ۲

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۲۸%

متوسط

گزینه «۲»

$$\sqrt[3]{64} = a \Rightarrow a = 4$$

$$-\sqrt[3]{\frac{1}{16}} = b \Rightarrow b = -\frac{1}{\sqrt[3]{16}}$$

$$\sqrt[4]{a} \times b^3 = \sqrt[4]{4} \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{16}}\right)^3 = \sqrt[4]{4} \left(-\frac{1}{4\sqrt[3]{4}}\right) = -\frac{1}{4}$$

سوال ۱۷

گزینه درست: ۱

گزینه های دام دار ۲

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۱۱%

دشوار

گزینه «۱»

موارد پ و ه همواره برقرار هستند.

اگر $x < 0$ باشد الف و ب درست نیست.

در حالت کلی روابط ت و ث نیز درست نیستند.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۶٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۱

گزینه درست: ۴

سوال ۱۸

گزینه «۴»

بررسی عبارت‌ها:

الف) اعداد منفی که عضو اعداد صحیح هستند، ریشه دوم ندارند. (نادرست)

ب) اعداد منفی ریشه زوج ندارند ولی ریشه فرد دارند. (نادرست)

پ) اعداد مثبت دو ریشه چهارم دارند ولی صفر یک ریشه چهارم دارد. (نادرست)

ت) توان دوم اعداد بین صفر و یک ($0 < a < 1$) از خود آن اعداد کوچک‌تر هستند. (نادرست)

دشواری

درصد پاسخگویی ۱۳٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۱

گزینه درست: ۳

سوال ۱۹

گزینه «۳»

زمانی ریشه سوم a از ریشه پنجم a بزرگ‌تر است که یا $a > 1$ یا $-1 < a < 0$ باشد اگر $a > 1$ باشد، $a^4 > a^3, a^4 > a^2$.اگر $-1 < a < 0$ باشد، $a^4 > a^3$ و $a^4 > a^2$.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۶٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۳

سوال ۲۰

گزینه «۳»

چون عدد a بین صفر و یک است، هر چه به توان بزرگ‌تری برسد، مقدارش کوچک‌تر می‌شود. پس:

$$1 > \frac{3}{4} > \frac{2}{3} \xrightarrow{0 < a < 1} a^1 < a^{\frac{3}{4}} < a^{\frac{2}{3}}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۸٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۴

سوال ۲۱

گزینه «۴»

ریشه‌های هشتم عدد x ، $\sqrt[4]{x}$ و $-\sqrt[4]{x}$ است. داریم:

$$\frac{(-\sqrt[4]{x})^2 + (\sqrt[4]{x})^2}{\sqrt[4]{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{1}{4} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۱۲}} \frac{x^3}{x^4} = \frac{1}{4^3} \Rightarrow x = 2^{24}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۴۳%

قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۲۲

گزینه «۲»

کافی است اعداد را با ۴ مقایسه کنیم.

$$\overset{\text{به}}{\underset{\text{توان}}{\overset{4}{3\sqrt[4]{2}}}} \bigcirc 4 \rightarrow 3^4 \times 2 \bigcirc 4^4 \Rightarrow 162 \text{ } \textcircled{<} 256 \checkmark$$

$$\overset{\text{به}}{\underset{\text{توان}}{\overset{5}{3\sqrt[5]{7}}}} \bigcirc 4 \rightarrow 3^5 \times 7 \bigcirc 4^5 \Rightarrow 243 \times 7 \bigcirc 1024 \Rightarrow 1701 \text{ } \textcircled{>} 1024 \times$$

$$\overset{\text{به}}{\underset{\text{توان}}{\overset{4}{2\sqrt[4]{13}}}} \bigcirc 4 \rightarrow 2^4 \times 13 \bigcirc 4^4 \Rightarrow 208 \text{ } \textcircled{<} 256 \checkmark$$

پس دو تا از اعداد از ۴ کوچکترند.

ساده

درصد پاسخگویی ۵۸%

قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۱

سوال ۲۳

گزینه «۱»

$$256 \text{ ریشه چهارم مثبت } x = \sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{4^4} = 4$$

$$27 \text{ ریشه سوم } y = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

$$16 \text{ ریشه دوم مثبت } z = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

$$\frac{5y-3x}{z} = \frac{15-12}{4} = \frac{3}{4} = 0.75$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلم‌چی ۱۴۰۰

گزینه درست: ۳

سوال ۲۴

گزینه «۳»

$$\sqrt[5]{0.00729} = \sqrt[5]{\frac{729}{10^5}} = \sqrt[5]{\frac{3^6 \times 9}{10^5}} = \sqrt[5]{\frac{3^8 \times 3^2}{10^5}} = \sqrt[5]{\frac{3^5 \times 3^3}{10^5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{3}{10}\right)^5 \times 3} = \frac{3}{10} \sqrt[5]{3} = \frac{3}{10} A$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۱

سوال ۲۵

گزینه «۱»

فرض کنیم، شعاع کره‌ای که بین دو کره قرار می‌گیرد، ۲ باشد. داریم:

$$36\pi < \frac{4}{3}\pi r^3 < \frac{324}{3}\pi \xrightarrow{\times \frac{3}{4\pi}} 27 < r^3 < 81$$

هریک از گزینه‌ها را به توان ۳ می‌رسانیم. بنابراین $\sqrt[3]{27}$ ، در بازه مورد نظر قرار ندارد.

سوال ۲۶

گزینه درست: ۳

گزینه های دام دار ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۲۶%

متوسط

گزینه «۳»

$$\sqrt[5]{4\sqrt{2}} = \sqrt[5]{\sqrt{32}} = \sqrt[10]{32} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{x} = \sqrt{2} \Rightarrow x = (\sqrt{2})^9 = \sqrt{2^8 \times 2} = 16\sqrt{2}$$

سوال ۲۷

گزینه درست: ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۲%

متوسط

گزینه «۱»

ریشه های چهارم عدد مثبت a برابر $\sqrt[4]{a}$ و $-\sqrt[4]{a}$ هستند و ریشه سوم آن برابر $\sqrt[3]{a}$ است.

چون حاصلضرب ریشه چهارم در ریشه سوم عددی منفی است، پس داریم:

$$-\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = -\mathfrak{F} \Rightarrow a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = \mathfrak{F} \Rightarrow a^{\frac{7}{12}} = \mathfrak{F} \Rightarrow a = \mathfrak{F}^{\frac{12}{7}} = 2^{\frac{12}{7}}$$

$$= 2^{\frac{12}{7}} = 8\sqrt[7]{8}$$

سوال ۲۸

گزینه درست: ۴

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۰%

متوسط

ابتدا پایه های دو عدد A و B را یکسان می کنیم:

$$A = \sqrt{-8\sqrt{32}} = -\sqrt{2^3 \times 2^{\frac{5}{2}}} = -\sqrt{2^{\frac{11}{2}}} = -2^{\frac{11}{4}}$$

$$B = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{\mathfrak{F}}\right)^{-2}} = \sqrt[3]{(2^{-1})^{-2}} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow (-A \times B)^{-\frac{2}{7}} = \left(2^{\frac{11}{4}} \times 2^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{2}{7}} = \left(2^{\frac{58}{12}}\right)^{-\frac{2}{7}} = 2^{-\frac{58}{42}} = 2^{-\frac{29}{21}} = \frac{1}{\mathfrak{F}} = 0.25$$

سوال ۲۹

گزینه درست: ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۹%

متوسط

گزینه «۱»

$$a < \sqrt{52} < b \Rightarrow a^2 < 52 < b^2 \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 8 \end{cases}$$

$$c < \sqrt{-52} < d \Rightarrow c^2 < -52 < d^2 \Rightarrow \begin{cases} c = -4 \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\sqrt[5]{a+b+c+d} = \sqrt[5]{7+8-4-3} = \sqrt[5]{8}$$

$$1^5 < 8 < 2^5 \Rightarrow 1 < \sqrt[5]{8} < 2$$

با توجه به شکل، مشخص می‌شود که $b = -1$ و $f = 1$ ، پس:

$$a < -1 \Rightarrow a < \sqrt[5]{a}$$

$$-1 < c < 0 \Rightarrow c > \sqrt[5]{c}$$

$$0 < e < 1 \Rightarrow e < \sqrt[5]{e}$$

$$g > 1 \Rightarrow g > \sqrt[5]{g}$$

تنها فلش 'ee' اشتباه رسم شده است.